

Lista de teoría para exámenes

Primer Parcial

27 de octubre de 2015

Tema 1. Números reales y complejos. Sucesiones

1. $\sqrt{2}$ no es un número racional. Demostración.
2. Enunciado de “La propiedad Arquimediana en \mathbb{R} ”.
3. Enunciado del “Principio del supremo en \mathbb{R} ” y del “Principio de los intervalos encajados”.
4. Definición de sucesión convergente:
El límite de una sucesión $\{a_n\}$ es a , $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, si
$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} \text{ tal que } |a_n - a| < \varepsilon, \forall n \geq N.$$
5. Demostración de la Unicidad del límite: el límite de una sucesión, si existe, es único.
Es decir,
$$\text{Si } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \text{ y } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = b \text{ entonces } a = b.$$
6. “Toda sucesión convergente está acotada”. Demostración.
7. “Toda sucesión monótona y acotada es convergente”. Demostración.
8. “Toda sucesión monótona y no acotada es divergente”. Demostración.
9. Demostración de la Propiedad de conservación del signo:
Si $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ es una sucesión tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a > 0$ entonces existe $N \in \mathbb{N}$ tal que $a_n > 0$ para todo $n \geq N$.
10. Demostración del **Criterio del Sandwich**:
Sean $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\} \subset \mathbb{R}$ sucesiones tales que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = l$. Si para todo n se cumple $a_n \leq b_n \leq c_n$, entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = l$.
11. Demostración de la siguiente propiedad:
Sean $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sucesiones tales que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ y $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ está acotada, entonces
$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0.$$